Script **generated by TTT**

Title: Meixner: ZUE_DS (27.11.2013)

Date: Wed Nov 27 17:01:27 CET 2013

Duration: 93:22 min

Pages: 40

WS 2013/14

Zentralübung zur Vorlesung Diskrete Strukturen (Prof. Esparza)

Dr. Werner Meixner

Fakultät für Informatik
TU München

http://www14.in.tum.de/lehre/2013WS/ds/uebung/

27. November 2013

ZÜ VII

Übersicht:

1. Übungsbetrieb: Fragen, Probleme?
   ,,Das Versteh' ich nicht!"
2. Themen: Prädikatenlogische Herleitung
   Beweisarten
   Induktionsbeweise
   Beispiel
3. Hinweise und Tipps
   zu HA von Blatt 7

1. Übungsbetrieb

1.1 Fragen, Anregungen?

Aktuelle Fragen?

Es gab die Anregung, Tutoraufgabe 5.3 über Logikkalküle in der ZÜ zu besprechen.

Mittlerweile allerdings wurden Lösungen von Blatt 5 ins Netz gestellt und können dort studiert werden!

Es gab den Wunsch, von der ttt-Aufzeichnung der ZÜ auch eine mp4-Version ins Netz zu stellen.
Dies wird voraussichtlich ab der nächsten ZÜ geschehen.

1. Übungsbetrieb

1.1 Fragen, Anregungen?

Aktuelle Fragen?

Es gab die Anregung, Tutoraufgabe 5.3 über Logikkalküle in der ZÜ zu besprechen.

Mittlerweile allerdings wurden Lösungen von Blatt 5 ins Netz gestellt und können dort studiert werden!

Es gab den Wunsch, von der ttt-Aufzeichnung der ZÜ auch eine mp4-Version ins Netz zu stellen.
Dies wird voraussichtlich ab der nächsten ZÜ geschehen.

1.2 „Das Versteh' ich nicht!“

Falsche Lesetechnik? Lesen und hören Sie strukturiert!

Eine Definition wird zunächst syntaktisch funktional analysiert.

Ein inhaltliches Verständnis entsteht in nachfolgenden Schritten.

2. Themen

2.1 Prädikatenlogische Herleitung

Seien P und Q 1-stellige Prädikate des Prädikatenkalküls.
Wir betrachten die Menge $\mathcal{A}$, bestehend aus den beiden Formeln

$$\exists x\ P(x) \qquad \text{und} \qquad \forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))\,.$$

Man folgere mit dem Herleitungskalkül der Prädikatenlogik die Inferenz

$$\mathcal{A} \vdash \exists x\, Q(x)\,.$$

Rückverweis:
Die Aussage haben wir in der ZÜ 6 bereits informell und präzise bewiesen.

2. Themen

2.1 Prädikatenlogische Herleitung

Seien P und Q 1-stellige Prädikate des Prädikatenkalküls.
Wir betrachten die Menge $\mathcal{A}$, bestehend aus den beiden Formeln

$$\exists x\ P(x) \qquad \text{und} \qquad \forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))\,.$$

Man folgere mit dem Herleitungskalkül der Prädikatenlogik die Inferenz

$$\mathcal{A} \vdash \exists x\, Q(x)\,.$$

Rückverweis:
Die Aussage haben wir in der ZÜ 6 bereits informell und präzise bewiesen.

Protokoll der Regelanwendungen:

Nr.	Annahmen		Konklusion	Regelanwendung
1.	$\mathcal{A}$	$\vdash$	$\exists x\ P(x)$	Annahmeregel
2.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$P(a)$	Annahmeregel
3.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$	Annahmeregel
4.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$P(a) \rightarrow Q(a)$	3.+ Allquantorbes.
5.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$Q(a)$	2.+4.+ Impl.bes.
6.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$\exists x\ Q(x)$	5.+ Existenzeinf.
7.	$\mathcal{A}$	$\vdash$	$\exists x\ Q(x)$	1.+6.+ Existenzbes.

Diese Herleitung beschreibt exakt die Vorgehensweise bei schrittweisen Existenzbeweisen, die mit dem Ansatz „Sei a ein Element mit der Eigenschaft $P(a)$“ beginnt.

07.pdf - Adobe Acrobat Professional

Protokoll der Regelanwendungen:

Nr.	Annahmen		Konklusion	Regelanwendung
1.	$\mathcal{A}$	$\vdash$	$\exists x\ P(x)$	Annahmeregel
2.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$P(a)$	Annahmeregel
3.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$	Annahmeregel
4.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$P(a) \rightarrow Q(a)$	3.+ Allquantorbes.
5.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$Q(a)$	2.+4.+ Impl.bes.
6.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$\exists x\ Q(x)$	5.+ Existenzeinf.
7.	$\mathcal{A}$	$\vdash$	$\exists x\ Q(x)$	1.+6.+ Existenzbes.

Diese Herleitung beschreibt exakt die Vorgehensweise bei schrittweisen Existenzbeweisen, die mit dem Ansatz „Sei a ein Element mit der Eigenschaft $P(a)$“ beginnt.

ZÜ DS
©Dr. Werner Meixner
2.1 Prädikatenlogische Herleitung
5/24

07.pdf - Adobe Acrobat Professional

Protokoll der Regelanwendungen:

Nr.	Annahmen		Konklusion	Regelanwendung
1.	$\mathcal{A}$	$\vdash$	$\exists x\ P(x)$	Annahmeregel
2.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$P(a)$	Annahmeregel
3.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$	Annahmeregel
4.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$P(a) \rightarrow Q(a)$	3.+ Allquantorbes.
5.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$Q(a)$	2.+4.+ Impl.bes.
6.	$\mathcal{A}, P(a)$	$\vdash$	$\exists x\ Q(x)$	5.+ Existenzeinf.
7.	$\mathcal{A}$	$\vdash$	$\exists x\ Q(x)$	1.+6.+ Existenzbes.

Diese Herleitung beschreibt exakt die Vorgehensweise bei schrittweisen Existenzbeweisen, die mit dem Ansatz „Sei a ein Element mit der Eigenschaft $P(a)$“ beginnt.

ZÜ DS
©Dr. Werner Meixner
2.1 Prädikatenlogische Herleitung
5/24

07.pdf - Adobe Acrobat Professional

2.2 Beweisarten

1. *Direkter Beweis*:
   Geben Sie für die folgende Aussage einen direkten Beweis an.

   Das arithmetische Mittel $b = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$ von n Zahlen a_i, $1 \leq i \leq n$ bleibt unverändert, falls die Folge der a_i mit beliebig vielen $b's$ erweitert wird, d. h.

$$b = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i = \frac{1}{n+m}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i + m \cdot b\right).$$

2.2 Beweisarten

1. *Direkter Beweis*:
   Geben Sie für die folgende Aussage einen direkten Beweis an.

   Das arithmetische Mittel $b = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$ von n Zahlen a_i, $1 \leq i \leq n$ bleibt unverändert, falls die Folge der a_i mit beliebig vielen $b's$ erweitert wird, d. h.

$$b = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i \;=\; \frac{1}{n+m}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i \;+\; m \cdot b\right).$$

Lösung:

Intuitiv ist klar, dass die Hinzunahme des Wertes des arithmetischen Mittels zu den Werten, über die das Mittel gebildet wird, das Mittel selbst nicht verändert.

Die entsprechende Rechnung ist wie folgt.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{n+m}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i \;+\; m \cdot b\right) &= \frac{1}{n+m}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i \;+\; m \cdot \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i\right)\\
&= \frac{1}{n+m}\left(1+\frac{m}{n}\right)\sum_{i=1}^{n} a_i\\
&= \frac{1}{n+m}\left(\frac{n+m}{n}\right)\sum_{i=1}^{n} a_i\\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i\,.
\end{aligned}$$

2. *Indirekter Beweis*:
   Es seien $m, n, k \in \mathbb{N}$ natürliche Zahlen mit $m > n \cdot k$.
   Zeigen Sie:

   Verteilt man m Hamster auf n Käfige, so befinden sich in mindestens einem Käfig $k+1$ oder mehr Hamster.

   Führen Sie einen indirekten Beweis, indem Sie annehmen, in allen Käfigen würden sich nach einer Verteilung weniger als $k+1$ Hamster befinden.

Lösung:

Die Voraussetzung $m > n \cdot k$ bezeichnen wir als Aussage A.

Wir bezeichnen die Anzahl der in Käfig i $(1 \leq i \leq n)$ befindlichen Hamster als h_i.

Zu zeigen ist dann die Aussage B mit

$$B = (\exists i, 1 \leq i \leq n)\ [h_i \geq k+1]\,.$$

Insgesamt haben wir also die Implikation $A \rightarrow B$ zu zeigen.

Indirekter Beweis:
Wir zeigen die Kontraposition von $A \to B$, d. h.

$$\neg B \to \neg A\,.$$

Annahme: Es gelte $\neg B$, d. h., für alle i gelte $h_i < k+1$.

Wegen $h_i \le k$ schätzen wir die Gesamtzahl m aller Hamster in den Käfigen ab mit

$$m = \sum_{i=1}^{n} h_i \le \sum_{i=1}^{n} k = n \cdot k\,.$$

Damit ist die Negation der Voraussetzung $m > n \cdot k$ gezeigt, mithin Aussage $\neg A$.

Lösung:

Die Voraussetzung $m > n \cdot k$ bezeichnen wir als Aussage A.

Wir bezeichnen die Anzahl der in Käfig i $(1 \le i \le n)$ befindlichen Hamster als h_i.

Zu zeigen ist dann die Aussage B mit

$$B = (\exists i, 1 \le i \le n)\ [h_i \ge k+1]\,.$$

Insgesamt haben wir also die Implikation $A \to B$ zu zeigen.

Indirekter Beweis:
Wir zeigen die Kontraposition von $A \to B$, d. h.

$$\neg B \to \neg A\,.$$

Annahme: Es gelte $\neg B$, d. h., für alle i gelte $h_i < k+1$.

Wegen $h_i \le k$ schätzen wir die Gesamtzahl m aller Hamster in den Käfigen ab mit

$$m = \sum_{i=1}^{n} h_i \le \sum_{i=1}^{n} k = n \cdot k\,.$$

Damit ist die Negation der Voraussetzung $m > n \cdot k$ gezeigt, mithin Aussage $\neg A$.

ZÜ DS ©Dr. Werner Meixner 11/24

2.3 Induktionsbeweis

Mit einem Induktionsbeweis beweist man die Wahrheitswerte einer aufgezählten Menge von Aussagen

$$A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n, \ldots$$

durch eine Aufzählung der Beweise B_i für die Aussagen A_i

$$B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n, \ldots\,.$$

Man beweist dabei die erste der Aussagen, d.h. A_1, und eine Folgerung $A_n \to A_{n+1}$ für beliebiges $n \ge 1$.

Daraus ergibt sich dann eine Aufzählung der Beweise B_i.

Man beachte:

Die Variable n bedeutet lediglich den Index in der Aufzählung der Aussagen A_n bzw. Beweise B_n.

Selbstverständlich beginnt der Index einer Aufzählung bei 1 und ist aufsteigend unendlich.

Die Aussagen A_n haben stets die Form

Es gilt $P(n)$.

Dabei ist $P(n)$ ein Prädikat, das sich auf den Index n bezieht.

Sei $P(n)$ ein Prädikat für natürliche Zahlen.

Die Gültigkeit einer Formel

$$\forall n \in \mathbb{N}: \; P(n) \qquad (1)$$

mit vollständiger Induktion zu beweisen, heißt,

anstatt (1) die Gültigkeit der folgenden Formel zu zeigen.

$$P(1) \quad \wedge \quad \forall n \in \mathbb{N}: \; (P(n) \rightarrow P(n+1))\,. \qquad (2)$$

Bemerkung: Wir benützen hier in der Mathematik gebräuchliche Schreibweisen für prädikatenlogische Formeln.

Sei $P(n)$ ein Prädikat für natürliche Zahlen.

Die Gültigkeit einer Formel

$$\forall n \in \mathbb{N}: \; P(n) \qquad (1)$$

mit vollständiger Induktion zu beweisen, heißt,

anstatt (1) die Gültigkeit der folgenden Formel zu zeigen.

$$P(1) \quad \wedge \quad \forall n \in \mathbb{N}: \; (P(n) \rightarrow P(n+1))\,. \qquad (2)$$

Bemerkung: Wir benützen hier in der Mathematik gebräuchliche Schreibweisen für prädikatenlogische Formeln.

Beim Beweis der Formel (2) geht man wie folgt vor.

Induktionsanfang: Es gilt $P(1)$:

...

Induktionsschritt: Es gilt $\forall n \in \mathbb{N}: \; (P(n) \Rightarrow P(n+1))\,.$

Der Induktionsschritt wird gezeigt durch:

Induktionsannahme: Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Es gelte $P(n)$.

Induktionsschluss: Dann gilt $P(n+1)$:

...

Soweit das Schema des Induktionsbeweises.

2.4 Beispiel Induktion

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $-1 < x$ und $m \in \mathbb{N}_0$
die Bernoullische Ungleichung

$$1 + mx \le (1+x)^m .$$

Geben Sie zunächst ein geeignetes Prädikat $P(n)$ an
und führen Sie den Induktionsbeweis
für beliebiges x unter der Annahme $-1 < x$
nach dem angegebenen Schema durch.

2.4 Beispiel Induktion

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $-1 < x$ und $m \in \mathbb{N}_0$
die Bernoullische Ungleichung

$$1 + mx \le (1+x)^m .$$

Geben Sie zunächst ein geeignetes Prädikat $P(n)$ an
und führen Sie den Induktionsbeweis
für beliebiges x unter der Annahme $-1 < x$
nach dem angegebenen Schema durch.

Lösung:

Sei $x \in \mathbb{R}$ mit $-1 < x$.

Wir definieren das Prädikat $P(n)$ für $n \in \mathbb{N}$ so, dass $P(n)$
genau dann wahr ist, wenn $1 + (n-1)x \le (1+x)^{n-1}$ gilt, i.Z.

$$P(n) \quad :\Longleftrightarrow \quad 1 + (n-1)x \le (1+x)^{n-1} .$$

Dann haben wir zu zeigen

$$\forall n \in \mathbb{N} : P(n) .$$

Induktionsanfang: Es gilt $P(1)$:
$P(1)$ bedeutet
$1 + 0 \cdot x \le (1+x)^0$, d. h. $1 \le 1$.
Also gilt $P(1)$.

Induktionsschritt: Es gilt $\forall n \in \mathbb{N} : (P(n) \rightarrow P(n+1))$.

Der Induktionsschritt wird gezeigt durch:

Induktionsannahme: Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Es gelte $P(n)$.

Induktionsschluss: Es gilt $P(n+1)$:

$$\begin{aligned}
(1+x)^n &= (1+x)^{n-1}(1+x) \\
&\ge (1+(n-1)x)(1+x) \qquad \text{I.A. } P(n) \\
&= 1 + (n-1)x + x + (n-1)x^2 \\
&\ge 1 + nx . \qquad \text{w.z.b.w.}
\end{aligned}$$

Induktionsanfang : Es gilt $P(1)$:
$P(1)$ bedeutet
$1 + 0 \cdot x \leq (1+x)^0$, d. h. $1 \leq 1$.
Also gilt $P(1)$.

Induktionsschritt : Es gilt $\forall n \in \mathbb{N} : (P(n) \rightarrow P(n+1))$.

Der Induktionsschritt wird gezeigt durch:

Induktionsannahme : Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Es gelte $P(n)$.

Induktionsschluss : Es gilt $P(n+1)$:

$$\begin{aligned} (1+x)^n &= (1+x)^{n-1}(1+x) \\ &\geq (1+(n-1)x)(1+x) && \text{I.A. } P(n) \\ &= 1+(n-1)x+x+(n-1)x^2 \\ &\geq 1+nx\,. && \text{w.z.b.w.} \end{aligned}$$

Lösung:

Sei $x \in \mathbb{R}$ mit $-1 < x$.

Wir definieren das Prädikat $P(n)$ für $n \in \mathbb{N}$ so, dass $P(n)$ genau dann wahr ist, wenn $1 + (n-1)x \leq (1+x)^{n-1}$ gilt, i.Z.

$$P(n) \quad :\Longleftrightarrow \quad 1 + (n-1)x \leq (1+x)^{n-1}\,.$$

Dann haben wir zu zeigen

$$\forall n \in \mathbb{N} : P(n)\,.$$

Induktionsanfang : Es gilt $P(1)$:
$P(1)$ bedeutet
$1 + 0 \cdot x \leq (1+x)^0$, d. h. $1 \leq 1$.
Also gilt $P(1)$.

Induktionsschritt : Es gilt $\forall n \in \mathbb{N} : (P(n) \rightarrow P(n+1))$.

Der Induktionsschritt wird gezeigt durch:

Induktionsannahme : Sei $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Es gelte $P(n)$.

Induktionsschluss : Es gilt $P(n+1)$:

$$\begin{aligned} (1+x)^n &= (1+x)^{n-1}(1+x) \\ &\geq (1+(n-1)x)(1+x) && \text{I.A. } P(n) \\ &= 1+(n-1)x+x+(n-1)x^2 \\ &\geq 1+nx\,. && \text{w.z.b.w.} \end{aligned}$$

ZÜ DS
©Dr. Werner Meixner
2.4 Beispiel Induktion
19/24

3. Hinweise und Tipps zu HA Blatt 7

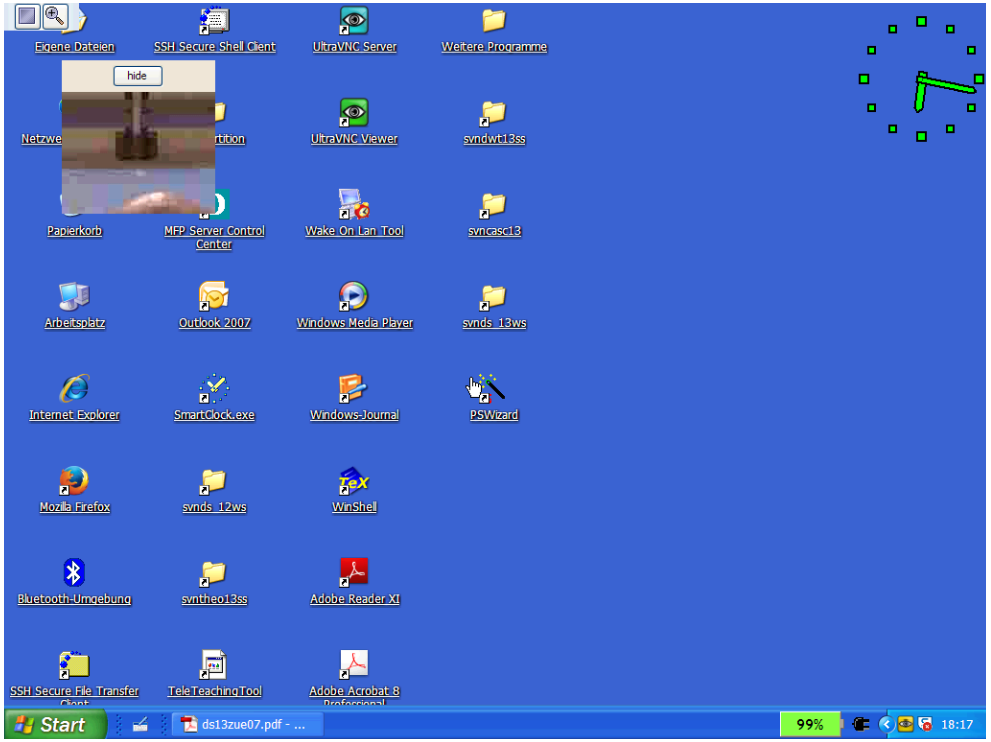
Die folgenden Hinweise und Tipps zu Hausaufgaben der DS-Übungsblätter von Prof. Esparza sind für die Bearbeitung nicht notwendig, möglicherweise aber hilfreich.

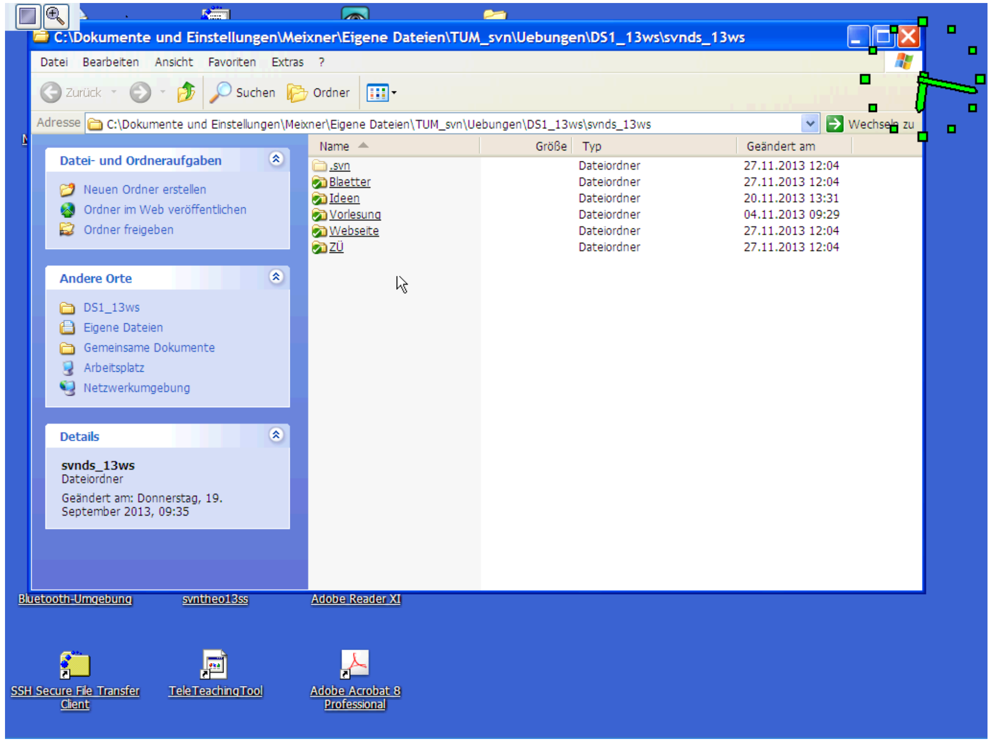
Man sollte zunächst versuchen, die Hausaufgaben ohne Hilfestellung zu lösen.

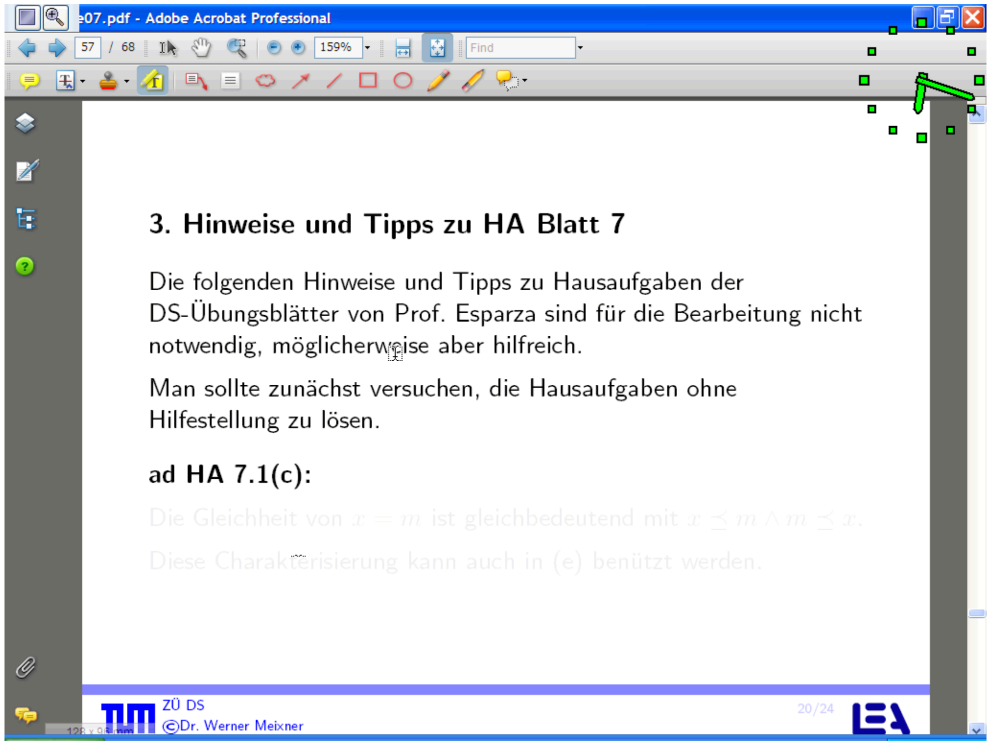
ad HA 7.1(c):

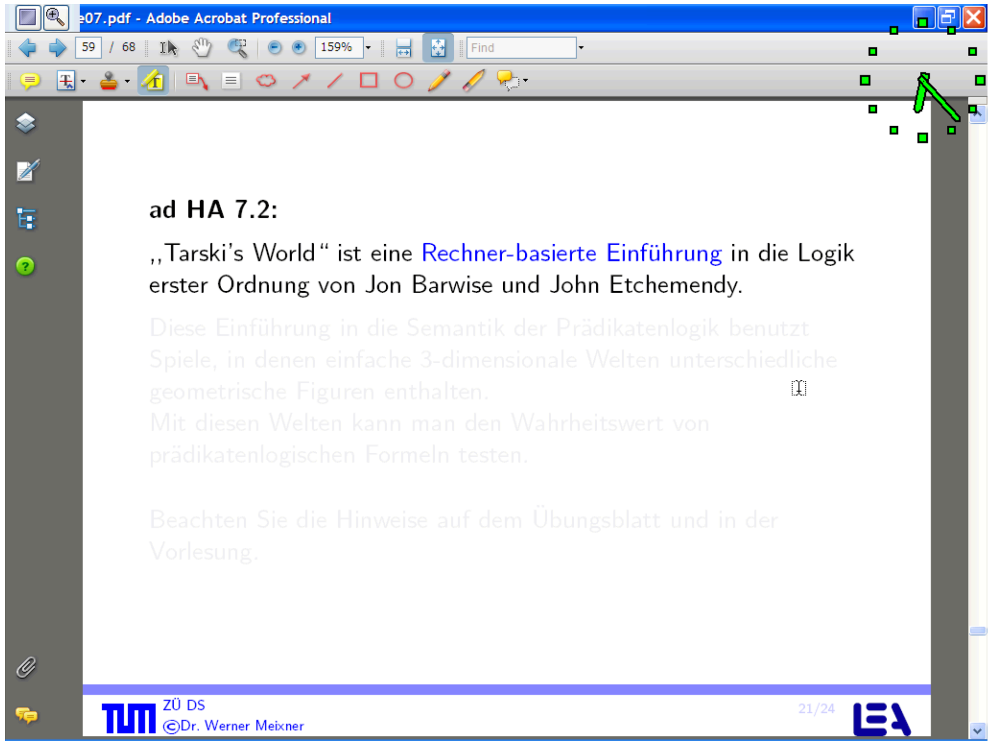
Die Gleichheit von $x = m$ ist gleichbedeutend mit $x \preceq m \wedge m \preceq x$.

Diese Charakterisierung kann auch in (e) benützt werden.


Eigene Dateien
SSH Secure Shell Client
UltraVNC Server
Weitere Programme
hide
UltraVNC Viewer
syndwt13ss
Papierkorb
MFP Server Control Center
Wake On Lan Tool
syncasc13
Arbeitsplatz
Outlook 2007
Windows Media Player
synds_13ws
Internet Explorer
SmartClock.exe
Windows-Journal
PSWizard
Mozilla Firefox
synds_12ws
WinShell
Bluetooth-Umgebung
syntheo13ss
Adobe Reader XI
SSH Secure File Transfer Client
TeleTeachingTool
Adobe Acrobat 8 Professional
Start
ds13zue07.pdf - ...
99%
18:17


C:\Dokumente und Einstellungen\Meixner\Eigene Dateien\TUM_svn\Uebungen\DS1_13ws\svnds_13ws
Datei Bearbeiten Ansicht Favoriten Extras ?
Zurück Suchen Ordner
Adresse C:\Dokumente und Einstellungen\Meixner\Eigene Dateien\TUM_svn\Uebungen\DS1_13ws\svnds_13ws
Wechseln zu
Datei- und Ordneraufgaben
Neuen Ordner erstellen
Ordner im Web veröffentlichen
Ordner freigeben
Andere Orte
DS1_13ws
Eigene Dateien
Gemeinsame Dokumente
Arbeitsplatz
Netzwerkumgebung
Details
svnds_13ws
Dateiordner
Geändert am: Donnerstag, 19. September 2013, 09:35
Name Größe Typ Geändert am
.svn Dateiordner 27.11.2013 12:04
Blaetter Dateiordner 27.11.2013 12:04
Ideen Dateiordner 20.11.2013 13:31
Vorlesung Dateiordner 04.11.2013 09:29
Webseite Dateiordner 27.11.2013 12:04
ZÜ Dateiordner 27.11.2013 12:04
Bluetooth-Umgebung
syntheo13ss
Adobe Reader XI
SSH Secure File Transfer Client
TeleTeachingTool
Adobe Acrobat 8 Professional


e07.pdf - Adobe Acrobat Professional
57 / 68
159%
Find
3. Hinweise und Tipps zu HA Blatt 7
Die folgenden Hinweise und Tipps zu Hausaufgaben der DS-Übungsblätter von Prof. Esparza sind für die Bearbeitung nicht notwendig, möglicherweise aber hilfreich.
Man sollte zunächst versuchen, die Hausaufgaben ohne Hilfestellung zu lösen.
ad HA 7.1(c):
Die Gleichheit von $x = m$ ist gleichbedeutend mit $x \preceq m \wedge m \preceq x$.
Diese Charakterisierung kann auch in (e) benützt werden.
ZÜ DS
©Dr. Werner Meixner
20/24


e07.pdf - Adobe Acrobat Professional
59 / 68
159%
Find
ad HA 7.2:
„Tarski's World" ist eine Rechner-basierte Einführung in die Logik erster Ordnung von Jon Barwise und John Etchemendy.
Diese Einführung in die Semantik der Prädikatenlogik benutzt Spiele, in denen einfache 3-dimensionale Welten unterschiedliche geometrische Figuren enthalten.
Mit diesen Welten kann man den Wahrheitswert von prädikatenlogischen Formeln testen.
Beachten Sie die Hinweise auf dem Übungsblatt und in der Vorlesung.
ZÜ DS
©Dr. Werner Meixner
21/24

ad HA 7.2:

„Tarski's World" ist eine Rechner-basierte Einführung in die Logik erster Ordnung von Jon Barwise und John Etchemendy.

Diese Einführung in die Semantik der Prädikatenlogik benutzt Spiele, in denen einfache 3-dimensionale Welten unterschiedliche geometrische Figuren enthalten.
Mit diesen Welten kann man den Wahrheitswert von prädikatenlogischen Formeln testen.

Beachten Sie die Hinweise auf dem Übungsblatt und in der Vorlesung.

ad HA 7.4:

(a) Formen Sie zunächst die linke Seite der Äquivalenz nach De Morgan so um, dass der Negationsoperator vor den Prädikatsymbolen steht.
Zeigen Sie u.a., dass $\forall y \neg Q(x,y) \equiv \neg \exists y Q((x,y)$ gilt.

(b) Überprüfen Sie die Äquivalenz mit Strukturen über einem Universum, das nur ein einziges Element enthält.

ad HA 7.5:

(a) Die Prämisse wird schon dadurch erfüllt, dass ein Element x existiert, für das $P(x)$ nicht gilt.
Die Konklusion ist bereits dann falsch, wenn die Menge P_S nicht leer ist und gleichzeitig die Menge Q_S leer ist.

(b) Nun ist die Umkehrung der Implikation in (a) zu betrachten. Tatsächlich ist diese Umkehrung allgemeingültig.

ad HA 7.4:

(a) Formen Sie zunächst die linke Seite der Äquivalenz nach De Morgan so um, dass der Negationsoperator vor den Prädikatsymbolen steht.
Zeigen Sie u.a., dass $\forall y \neg Q(x,y) \equiv \neg \exists y Q((x,y)$ gilt.

(b) Überprüfen Sie die Äquivalenz mit Strukturen über einem Universum, das nur ein einziges Element enthält.

e07.pdf - Adobe Acrobat Professional
67 / 68 159% Find

ad HA 7.5:

(a) Die Prämisse wird schon dadurch erfüllt, dass ein Element x existiert, für das $P(x)$ nicht gilt.
Die Konklusion ist bereits dann falsch, wenn die Menge P_S nicht leer ist und gleichzeitig die Menge Q_S leer ist.

(b) Nun ist die Umkehrung der Implikation in (a) zu betrachten. Tatsächlich ist diese Umkehrung allgemeingültig.