



Script generated by TTT

Title: Mayr: 2012 ds (16.10.2012)
Date: Tue Oct 16 13:45:11 CEST 2012
Duration: 93:51 min
Pages: 30

WS 2012/13

Diskrete Strukturen

Ernst W. Mayr

Fakultät für Informatik
TU München

<http://www14.in.tum.de/lehre/2012WS/ds/>

Wintersemester 2012



Kapitel 0 Organisatorisches

- Vorlesung:
 - Di 13:45–15:15 (MI HS1),
Do 10:15–11:45 (MI HS1) **Videübertragung** beider Vorlesungen in den **Interims HS2**
 - Pflichtvorlesung Bachelor Informatik, Wirtschaftsinformatik, Bioinformatik, Games Engineering
- Übung:
 - 2SWS Tutorübung: siehe Übungswebseite
Anmeldung in TUMonline
 - 2SWS Zentralübung (nicht verpflichtend): Mi 17:45–19:15 (MW 0001)
 - Übungsleitung: Dr. Werner Meixner



Kapitel 0 Organisatorisches

- Vorlesung:
 - Di 13:45–15:15 (MI HS1),
Do 10:15–11:45 (MI HS1) **Videoübertragung** beider Vorlesungen in den **Interims HS2**
 - Pflichtvorlesung Bachelor Informatik, Wirtschaftsinformatik, Bioinformatik, Games Engineering
- Übung:
 - 2SWS Tutorübung: siehe Übungswebseite
Anmeldung in TUMonline
 - 2SWS Zentralübung (nicht verpflichtend): Mi 17:45–19:15 (MW 0001)
 - Übungsleitung: Dr. Werner Meixner



- Umfang:
 - 4V+2TÜ (+2ZÜ), 8 ECTS-Punkte (Modulnr. **IN0015**)
- Sprechstunde:
 - Do 12:00 - 13:00Uhr (MI 03.09.052) und nach Vereinbarung



- Umfang:
 - 4V+2TÜ (+2ZÜ), 8 ECTS-Punkte (Modulnr. **IN0015**)
- Sprechstunde:
 - Do 12:00 - 13:00Uhr (MI 03.09.052) und nach Vereinbarung



- Übungsleitung:
 - Dr. W. Meixner, MI 03.09.040 (meixner@in.tum.de)
Sprechstunde: Di 12:15 - 13:00Uhr und nach Vereinbarung
 - Sekretariat:
 - Frau Lissner, MI 03.09.052 (lissner@in.tum.de)
 - Webseite:

<http://www.mayr.in.tum.de/lehre/2012WS/de/>



- Haus-/Übungsaufgaben:

- Ausgabe jeweils am Montag auf der Webseite der Übung zur Vorlesung
- bestehend aus Vorbereitungs-, Tutor- und Hausaufgaben
- Abgabe Dienstag eine Woche später bis 14:00Uhr, Briefkasten
- Besprechung in der Tutorübung
- vorauss. 14 Übungsblätter



- Haus-/Übungsaufgaben:

- Ausgabe jeweils am Montag auf der Webseite der Übung zur Vorlesung
- bestehend aus Vorbereitungs-, Tutor- und Hausaufgaben
- Abgabe Dienstag eine Woche später bis 14:00Uhr, Briefkasten
- Besprechung in der Tutorübung
- vorauss. 14 Übungsblätter



- Klausur:

- (Freiwillige) Midterm am 15. Dezember 2012, 09:00–11:30 (MW 0001, MW 1801, MW 2001, MI HS1, Interims Hörsaal 101)
- Klausur am 16. Februar 2013, 11:00–13:30 (MW 0001, MW 1801, MW 2001, MI HS1, Interims Hörsaal 101)
- Wiederholungsklausur: 9. April 2013, 11:00–14:00 (MW 1801, MW 2001)
- bei den Klausuren sind *keine* Hilfsmittel außer jeweils einem *eigenhändig* beschriebenen DIN-A4-Blatt zugelassen
- Für das Bestehen des Moduls ist die erfolgreiche Teilnahme an der Abschlussklausur (mindestens 40% der Gesamtpunktzahl) *erforderlich*. Es zählt dann die bessere der in Midterm bzw. Abschlussklausur erzielten Noten.
- Die Erfahrungen der letzten Jahre legen nahe, dass es für die erfolgreiche Bearbeitung der Abschlussklausur sehr förderlich ist, die angebotenen Hausaufgabenblätter zu bearbeiten (Sie erhalten sie korrigiert zurück), an der Tutorübung und auch(!) an der (freiwilligen) Zentralübung teilzunehmen!



1. Ziel der Vorlesung

Der Zweck dieser Vorlesung ist der Erwerb der Grundlagen

- beim Umgang mit logischen, algebraischen und algorithmischen Kalkülen,
- beim Lösen kombinatorischer Problemstellungen,
- bei der quantitativen Betrachtung der Effizienz von Lösungsmethoden und Algorithmen



2. Wesentliche Inhalte

- Wiederholung grundlegender Begriffe der Mengenlehre und der Aussagenlogik
- Algebraische Strukturen (elementare Grundlagen aus der Gruppen-, Ring- und Körpertheorie)
- Kombinatorik (elementare Zählmethoden und kombinatorische Identitäten)
- Graphen und Algorithmen (grundlegende Definitionen, elementare Algorithmen)



2. Wesentliche Inhalte

- Wiederholung grundlegender Begriffe der Mengenlehre und der Aussagenlogik
- Algebraische Strukturen (elementare Grundlagen aus der Gruppen-, Ring- und Körpertheorie)
- Kombinatorik (elementare Zählmethoden und kombinatorische Identitäten)
- Graphen und Algorithmen (grundlegende Definitionen, elementare Algorithmen)







2. Wesentliche Inhalte

- Wiederholung grundlegender Begriffe der Mengenlehre und der Aussagenlogik
- Algebraische Strukturen (elementare Grundlagen aus der Gruppen-, Ring- und Körpertheorie)
- Kombinatorik (elementare Zählmethoden und kombinatorische Identitäten)
- Graphen und Algorithmen (grundlegende Definitionen, elementare Algorithmen)



3. Literatur


-  [Steger, Angelika:](#)
Diskrete Strukturen, Band 1: Kombinatorik, Graphentheorie, Algebra.
Springer, 2001
-  [Gries, David und Schneider, Fred B.:](#)
A Logical Approach to Discrete Math.
Springer, 1993
-  [Schöning, Uwe:](#)
Logik für Informatiker.
Spektrum-Verlag, 2000 (5. Auflage)
-  [Aigner, Martin:](#)
Diskrete Mathematik.
Vieweg, 1999 (3. Auflage)



-  [Kreher, Donald L. und Stinson, Douglas R.:](#)
Combinatorial Algorithms: Generation, Enumeration, and Search.
CRC Press, 1999
-  [Rosen, Kenneth H.:](#)
Discrete Mathematics and Its Applications.
McGraw-Hill, 1995
-  [Graham, Ronald L., Knuth, Donald E. und Patashnik, Oren:](#)
Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science.
Addison-Wesley, 1994
-  [Pemmaraju, Sriram und Skiena, Steven:](#)
Computational Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica
Cambridge University Press, 2003



Weiterführende Literatur:

-  [Aigner, Martin:](#)
A Course in Enumeration.
Springer, 2007
- U.v.a.m..


Auch auf

[Wikipedia](#)

gibt es manchmal/oft viele weitere Details zu entdecken!



Weiterführende Literatur:

-  [Aigner, Martin:](#)
A Course in Enumeration.
Springer, 2007
- U.v.a.m..

Auch auf

[Wikipedia](#)

gibt es manchmal/oft viele weitere Details zu entdecken!



- 📄 Kreher, Donald L. und Stinson, Douglas R.:
Combinatorial Algorithms: Generation, Enumeration, and Search.
CRC Press, 1999
- 📄 Rosen, Kenneth H.:
Discrete Mathematics and Its Applications.
McGraw-Hill, 1995
- 📄 Graham, Ronald L., Knuth, Donald E. und Patashnik, Oren:
Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science.
Addison-Wesley, 1994
- 📄 Pemmaraju, Sriram und Skiena, Steven:
Computational Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica
Cambridge University Press, 2003



Kapitel I Einleitung, Grundlagen

1. Was sind Diskrete Strukturen?

Der relativ junge Begriff **Diskrete Strukturen** oder auch **Diskrete Mathematik** umfasst Kombinatorik, Graphentheorie, Optimierung, Algorithmik und einiges mehr. Das Gebiet beschäftigt sich mit Mengen **wohlunterschiedener** Objekte, also Objekten, die jeweils eindeutig und endlich beschrieben werden können. Wohlunterschieden sind z. B. die Elemente der Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen, jedoch nicht die Elemente der reellen Zahlen \mathbb{R} . Diskret bedeutet insbesondere, dass die betrachteten Mengen im Allgemeinen **endlich** oder **abzählbar unendlich** sind.



Was sind (keine) Diskreten Strukturen?

- Die Analysis (Integral- und Differentialrechnung), (komplexe) Funktionentheorie oder die Funktionalanalysis sind Teilgebiete der Mathematik, die sich mit **kontinuierlichen** Mengen und Größen befassen.
- Die Analysis (und Bereiche wie das **Wissenschaftliche Rechnen**) sind Grundlagen der Ausbildung von Naturwissenschaftlern und Ingenieuren.
- In der Algebra, der Kombinatorik und z.B. der Graphentheorie sind jedoch häufig und z.T. fast ausschließlich diskrete Objekte oder Strukturen das Ziel der Betrachtungen und Untersuchungen.



(Forts.)

- In der Informatik spielen (letztlich auf Grund der umfassenden Verbreitung digitaler Rechner) diskrete Mengen und Strukturen die Hauptrolle (z.B. Texte, rasterorientierte Graphik, Kombinatorik, (Aussagen-)Logik, Schaltkreise und ICs, ...).
- Rechenzeit und Speicherplatz digitaler Rechner kommen in diskreten Einheiten vor.
- **Aber:** Ob der physikalische Raum oder die Zeit diskret sind, ist eine Frage (verschiedener) Weltmodelle der Physik!



2. Zusammenwirken mit / Abgrenzung von anderen Bereichen

Letztlich werden fast alle Bereiche der Mathematik benutzt; andererseits hat die Diskrete Mathematik großen Einfluss auf zahlreiche Bereiche der Mathematik und Informatik. Gelegentlich werden jedoch andere als die gebräuchlichen methodischen Grundlagen benötigt, z. B. da die betrachteten Funktionen im Allgemeinen nicht stetig sind.



Beispiel 1

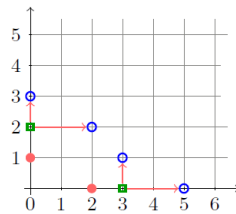
Polynome als Funktionen (mit Ableitung, Tangenten, ...) sind nicht unbedingt Stoff der Diskreten Mathematik; ein Beispiel für eine **diskrete Betrachtung** sind dagegen die sogenannten *Newton-Polytope*:

$$\begin{array}{ll}
 y - x^2: & y^2 + x^3: \\
 +y \mapsto (1, 0, 1) & +y^2 \mapsto (1, 0, 2) \\
 -x^2 \mapsto (-1, 2, 0) & +x^3 \mapsto (1, 3, 0)
 \end{array}$$

Die Monome über $\{x, y\}$ werden also als (Faktor, x -Potenz, y -Potenz) dargestellt.



Beispiel 2



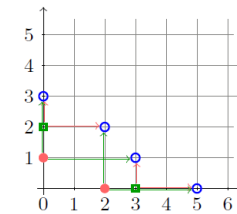
Die **blauen** Kreise entstehen durch Vektoraddition der **grünen** Quadrate und der **roten** Punkte und stellen das Polytop des Produkts

$$(y - x^2)(y^2 + x^3) = y^3 + yx^3 - y^2x^2 - x^5$$

dar (Minkowski-Addition).



Beispiel 2



Die **blauen** Kreise entstehen durch Vektoraddition der **grünen** Quadrate und der **roten** Punkte und stellen das Polytop des Produkts

$$(y - x^2)(y^2 + x^3) = y^3 + yx^3 - y^2x^2 - x^5$$

dar (Minkowski-Addition).



3. Komplexität: Ein warnendes Beispiel

$$(k+2) \cdot \left(\begin{aligned} &1 - (wz + h + j - q)^2 \\ &- (gk + 2g + k + 1)(h + j) + h - z)^2 \\ &- (2n + p + q + z - e)^2 \\ &- (16(k+1)^3(k+2)(n+1)^2 + 1 - f^2)^2 \\ &- (e^3(e+2)(a+1)^2 + 1 - o^2)^2 \\ &- ((a^2 - 1)y^2 + 1 - x^2)^2 \\ &- (16r^2y^4(a^2 - 1) + 1 - u^2)^2 \\ &- (n + l + v - y)^2 \\ &- \left((a + u^2(u^2 - a))^2 - 1 \right) (n + 4dy)^2 + 1 - (x + cu)^2 \end{aligned} \right)^2$$



4. Mathematische und notationelle Grundlagen

4.1 Mengen

Beispiel 3

$$A_1 = \{2, 4, 6, 8\};$$

$$A_2 = \{0, 2, 4, 6, \dots\} = \{n \in \mathbb{N}_0; n \text{ gerade}\}$$

Bezeichnungen:

$x \in A \Leftrightarrow A \ni x$	x Element A
$x \notin A$	x nicht Element A
$B \subseteq A$	B Teilmenge von A
$B \subsetneq A$	B echte Teilmenge von A
\emptyset	leere Menge, dagegen:
$\{\emptyset\}$	Menge mit leerer Menge als Element



$$\left(\begin{aligned} &((a^2 - 1)l^2 + 1 - m^2)^2 \\ &-(q + y(a - p - 1) + s(2ap + 2a - p^2 - 2p - 2) - x)^2 \\ &-(z + pl(a - p) + t(2ap - p^2 - 1) - pm)^2 \\ &-(ai + k + 1 - l - i)^2 \\ &-(p + l(a - n - 1) + b(2an + 2a - n^2 - 2n - 2) - m)^2 \end{aligned} \right)^2$$

Die positiven Werte, die dieses Polynom mit $(a, \dots, z) \in \mathbb{N}_0^{26}$ annimmt, sind genau alle Primzahlen.
Deshalb empfiehlt sich oft die Verwendung eines symbolischen Mathematikprogramms, z. B. Maple.